

## Δυνάμεις και ρίζες

Χρησιμοποιήστε το θεώρημα De Moivre για να εκφράσετε τις τριγωνομετρικές συναρτήσεις των Ασκήσεων 15 και 16 συναρτήσει των  $\cos \theta$  και  $\sin \theta$ .

5.  $\cos 4\theta$

6.  $\sin 4\theta$

17. Βρείτε τις τρεις κυβικές ρίζες του 1.

18. Βρείτε τις δύο τετραγωνικές ρίζες του  $i$ .

19. Βρείτε τις τρεις κυβικές ρίζες του  $-8i$ .

20. Βρείτε τις έξι έκτες ρίζες του 64.

21. Βρείτε τις τέσσερις ρίζες της εξίσωσης  $z^4 - 2z^2 + 4 = 0$ .

22. Βρείτε τις έξι ρίζες της εξίσωσης  $z^6 + 2z^3 + 2 = 0$ .

23. Βρείτε όλες τις ρίζες της εξίσωσης  $x^4 + 4x^2 + 16 = 0$ .

24. Λύστε την εξίσωση  $x^4 + 1 = 0$ .

## Παραμετροποιήσεις

Στις Ασκήσεις 109-112 δίδονται οι παραμετροποιήσεις μερικών καμπυλών.

(α) Βρείτε μια καρτεσιανή εξίσωση για την καμπύλη που περιέχει την παραμετροποιημένη καμπύλη. Ποιο τμήμα του γραφήματος της καρτεσιανής εξίσωσης καλύπτεται από την παραμετροποιημένη καμπύλη;

(β) Σχεδιάστε την καμπύλη. Σημειώστε τα αρχικά και τελικά της σημεία, όπου αυτό είναι δυνατόν. Σημειώστε επίσης τη φορά διαγραφής της καμπύλης.

109.  $x = 5 \cos t, y = 2 \sin t, 0 \leq t \leq 2\pi$

110.  $x = 4 \cos t, y = 4 \sin t, \pi/2 \leq t < 3\pi/2$

111.  $x = 2 - t, y = 11 - 2t, -2 \leq t \leq 4$

112.  $x = 1 + t, y = (t - 1)^2, t \leq 1$

Στις Ασκήσεις 113-116, δώστε μια παραμετροποίηση της καμπύλης:

113. Το ευθύγραμμο τμήμα με άκρα τα σημεία  $(-2, 5)$  και  $(4, 3)$

114. Η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία  $(-3, -2)$  και  $(4, -1)$

115. Η ημιευθεία που αρχίζει από το σημείο  $(2, 5)$  και διέρχεται από το  $(-1, 0)$

116.  $y = x(x - 4), x \leq 2$

## Αντίστροφες συναρτήσεις

57. (α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση  $f(x) = \sqrt{1 - x^2}, 0 \leq x \leq 1$ . Τι είδους συμμετρία παρουσιάζει η γραφική παράσταση;

(β) Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι η αντίστροφη του εαυτού της. (Θυμηθείτε ότι  $\sqrt{x^2} = x$  για  $x \geq 0$ .)

58. (α) Σχεδιάστε τη συνάρτηση  $f(x) = 1/x$ . Τι είδους συμμετρία παρουσιάζει η γραφική παράσταση;

(β) Δείξτε ότι η συνάρτηση  $f$  είναι η αντίστροφη του εαυτού της.

Στις Ασκήσεις 59 και 60:

(α) Βρείτε την  $f^{-1}$  και δείξτε ότι  $(f \circ f^{-1})(x) = (f^{-1} \circ f)(x) = x$ .

(β) Σχεδιάστε τις  $f$  και  $f^{-1}$  σε κοινό διάγραμμα.

59.  $f(x) = 2 - 3x$

60.  $f(x) = (x + 2)^2, x \geq -2$

## Τμηματικό οριζόμενες συναρτήσεις

Στις Ασκήσεις 39 και 40, βρείτε τα πεδία (α) ορισμού και (β) τιμών.

39.  $y = \begin{cases} \sqrt{-x}, & -4 \leq x \leq 0 \\ \sqrt{x}, & 0 < x \leq 4 \end{cases}$

40.  $y = \begin{cases} -x - 2, & -2 \leq x \leq -1 \\ x, & -1 < x \leq 1 \\ -x + 2, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$

Στις Ασκήσεις 41 και 42, γράψτε έναν τύπο που να ορίζει κατά τμήματα τη σχεδιασθείσα συνάρτηση.

Στις Ασκήσεις 53-56, σχεδιάστε τις  $g_1$  και  $g_2$  σε κοινό διάγραμμα, προκειμένου να συμπεράνετε και να περιγράψετε πώς επηρεάζεται η γραφική παράσταση μιας συναρτήσεως  $g_1$  αν πάρουμε απόλυτες τιμές αφού την εφαρμόσουμε.

$g_1(x) \quad g_2(x) = |g_1(x)|$

53.  $x^3 \quad |x^3|$

54.  $\sqrt{x} \quad |\sqrt{x}|$

55.  $4 - x^2 \quad |4 - x^2|$

56.  $x^2 + x \quad |x^2 + x|$